

Kombinatorik, Graphen, Matroide

4. Übung

1. Betrachten Sie folgendes Problem: Zu einem gegebenen einfachen ungerichteten zusammenhängenden Graphen G soll eine möglichst große Kantenmenge $F \subseteq E(G)$ gefunden werden, so dass $(V(G), E(G) \setminus F)$ zusammenhängend ist und $(V(G), F)$ kreisfrei. Zeigen Sie, dass es für dieses Problem einen Algorithmus gibt, dessen Laufzeit polynomiell in der Eingabegröße ist. (4 Punkte)
2. Seien $(E, \mathcal{F}_1), \dots, (E, \mathcal{F}_k)$ Matroide mit Rangfunktionen r_1, \dots, r_k . Zeigen Sie, dass eine Menge $X \subseteq E$ genau dann partitionierbar ist, wenn $|A| \leq \sum_{i=1}^k r_i(A)$ für alle $A \subseteq X$ gilt. (4 Punkte)
3. Sei (E, \mathcal{F}) ein Matroid mit der Rangfunktion r . Zeigen Sie, dass (E, \mathcal{F}) genau dann k paarweise disjunkte Basen hat, wenn $kr(A) + |E \setminus A| \geq kr(E)$ für alle $A \subseteq E$ gilt. (4 Punkte)
4. In einem gegebenen ungerichteten Graphen G sollen die Kanten so mit einer möglichst kleinen Anzahl von Farben gefärbt werden, dass auf keinem Kreis alle Kanten dieselbe Farbe haben. Zeigen Sie, dass es für dieses Problem einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit gibt. (4 Punkte)