Wintersemester 2018/19
Prof. Dr. S. Held
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

# Einführung in die Diskrete Mathematik
# 10. Übung

1. Man beschreibe eine Turingmaschine mit Alphabet $\{0, 1, \#\}$, die zwei binäre Strings vergleicht: Der Input bestehe aus einem String $a\#b$ mit $a, b \in \{0, 1\}^*$, und der Output sei 1 für $a = b$ und 0 für $a \neq b$. (5 Punkte)

2. Man beweise: Ist $\mathcal{P} \in NP$, so gibt es ein Polynom $p$, sodass für $\mathcal{P}$ ein Algorithmus mit Laufzeit $O(2^{p(n)})$ existiert, wobei $n$ die Länge der Eingabe sei. (5 Punkte)

3. Turingmaschinen können selbst auch durch binäre Strings kodiert werden. Betrachten Sie das Halteproblem: Gegeben seien zwei binäre Strings $x$ und $y$, wobei $x$ eine Turingmaschine $\Phi$ kodiert. Es soll entschieden werden, ob $\mathrm{time}(\Phi, y) < \infty$ gilt.
Zeigen Sie, dass dieses Problem unentscheidbar ist, dass es also keinen Algorithmus für das Halteproblem gibt. (5 Punkte)
Hinweis: Nehmen Sie an, dass es einen solchen Algorithmus $A$ gibt. Dann konstruiere man eine Turingmaschine, die für den Input $x$ zunächst $A$ auf den Input $(x, x)$ anwendet und genau dann terminiert, wenn $\mathrm{output}(A, (x, x)) = 0$

4. Für konstantes $k \in \mathbb{Z}_{>0}$ sei $\Phi$ eine $k$-Band-Turingmaschine, die eine Sprache $L$ berechnet. Zeigen Sie, dass es dann eine (1-Band-)Turingmaschine $\Phi'$ gibt, die ebenfalls $L$ berechnet, sodass $\mathrm{time}(\Phi', x) = O((\mathrm{time}(\Phi, x))^2)$ für jede Eingabe $x$ gilt. (5 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 10.1.2019, **vor** der Vorlesung.