Sommersemester 2020
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Lineare und Ganzzahlige Optimierung
11. Übung

1. Geben Sie je ein Beispiel an für
   (a) ein unbeschränktes Polyeder P, für das P_I nicht-leer und beschränkt ist.
   (b) ein Polyeder P, für das $P_I \neq \emptyset$ nicht abgeschlossen ist. (2+2 Punkte)

2. (a) Zeigen Sie, dass ein polyedrischer Kegel genau dann rational ist, wenn er von einer endlichen Anzahl von ganzzahligen Vektoren erzeugt wird. Folgern Sie, dass $C_I = C$ für rationale Kegel C gilt.
   (b) Es seien $P, Q \subseteq \mathbb{R}^n$ zwei Polyeder. Zeigen Sie, dass dann $P_I + Q_I \subseteq (P+Q)_I$ gilt. Geben Sie ein Beispiel an, bei dem $P_I + Q_I \neq (P+Q)_I$ gilt. (3+2 Punkte)

3. Es sei $P \subseteq \mathbb{R}^n$ ein rationales Polyeder mit $P = P_I$. Zeigen Sie, dass es einen polynomiellen Algorithmus gibt, der für jeden rationalen Vektor c einen Vektor $x \in P \cap \mathbb{Z}^n$ berechnet, der $c^t x$ über $P \cap \mathbb{Z}^n$ maximiert, vorausgesetzt es gibt eine Optimallösung. (4 Punkte)

4. Zeigen Sie, dass jede quadratische unimodulare Matrix aus der Einheitsmatrix durch eine Folge von elementaren unimodularen Spaltenoperationen entsteht. (3 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 9. Juli, 2020, vor der Vorlesung per E-Mail an den Tutor (die E-Mail-Adresse sollte bekannt sein, und kann sonst unter brenner(at)or.uni-bonn.de erfragt werden).