Sommersemester 2020
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Lineare und Ganzzahlige Optimierung
8. Übung

1. Zeigen Sie: Für jede Matrix $A \in \mathbb{Q}^{n\times n}$ gilt: $\mathrm{size}(\det(A)) \leq 2\mathrm{size}(A)$. (3 Punkte)

2. Es sei $A \in \mathbb{Q}^{n\times n}$ eine reguläre Matrix. Zeigen Sie, dass $\mathrm{size}(A^{-1}) \leq 4n^2\mathrm{size}(A)$ gilt. (2 Punkte)

3. Es sei $\mathcal{A}$ ein Algorithmus, der zu jedem zulässigen und beschränkten LP $\max\{c^t x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ (mit $c \in \mathbb{Q}^n$, $A \in \mathbb{Q}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{Q}^m$) in polynomieller Laufzeit eine Optimallösung findet. Zeigen Sie, dass es dann auch einen Algorithmus gibt, der, falls außerdem $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ spitz ist, stets eine Optimallösung findet, die eine Ecke von P ist. (2 Punkte)

4. Sei $P \subset \mathbb{R}^d$ eine endliche Menge von Punkten und sei B eine Kugel, die P enthält. Zeigen Sie: B hat genau dann unter allen Kugeln, die P enthalten, kleinsten Radius, wenn der Mittelpunkt von B in $\mathrm{conv}(P \cap \partial B)$ liegt, wobei ∂B der Rand der Kugel sei. (5 Punkte)

5. Ein Lieferdienst least Fahrzeuge für je 3, 4 oder 5 Monate. Pro Fahrzeug betragen die Kosten für einen 3-Monats-Leasingvertrag 1700 EUR, für einen 4-Monats-Vertrag 2200 EUR und für einen 5-Monats-Vertrag 2500 EUR. Über einen gewissen Zeitrum (z.B. ein Jahr) weiß der Lieferdienst vorab für jeden Monat, wie viele Fahrzeuge in diesem Monat benötigt werden. Formulieren Sie das Problem, auf möglichst billig Art ausreichend viele Fahrzeuge für diesen Zeitraum zu leasen, als ein lineares Programm. Zeigen Sie insbesondere, dass das LP stets eine Optimallösung hat, die ganzzahlig ist. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 18. Juni, 2020, vor der Vorlesung per E-Mail an den Tutor (die E-Mail-Adresse sollte bekannt sein, und kann sonst unter brenner(at)or.uni-bonn.de erfragt werden).

Hinweis der Fachschaft Mathematik: Am Donnerstag, den 11.06.2020 findet eine Versammlung aller Mathematikstudierenden (Fachschaftsvollversammlung) statt. Alle weiteren Informationen findet Ihr unter www.fsmath.uni-bonn.de.