Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Lineare und Ganzzahlige Optimierung
1. Übung

1. Beweisen Sie, dass jede Menge $X \subseteq \mathbb{R}^n$ mit $|X| > n+1$ in zwei Mengen X_1 und X_2 aufgeteilt werden kann, so dass $\text{conv}(X_1) \cap \text{conv}(X_2) \neq \emptyset$ gilt. (4 Punkte)

2. (a) Zeigen Sie, dass $\text{conv}(X)$ für jede Menge $X \subseteq \mathbb{R}^n$ die kleinste konvexe Menge ist, die X enthält.

   (b) Es seien $P, Q \subseteq \mathbb{R}^n$ zwei Polyeder. Ist dann $\text{conv}(P \cup Q)$ notwendigerweise ein Polyeder? Beweise Sie die Korrektheit Ihrer Antwort. (3+3 Punkte)

3. Es sei (P) ein lineares Programm in Standard-Ungleichungsform, also in der Form $\min\{c^t x \mid Ax \leq b\}$. Zeigen Sie, dass das duale LP des dualen LPs von (P) äquivalent zu (P) ist. (2 Punkte)

4. Eine Papierfabrik stellt Papierrollen von 3 m Breite her. Die Kunden bestellen allerdings Rollen kleinerer Breite, und die Fabrik muss die bestellten Rollen aus den 3 m breiten Rollen herausschneiden. Zum Beispiel kann eine 3 m breite Rolle in zwei 93 Zentimeter breite Rollen und eine 108 m breite Rolle geschnitten werden, wobei ein Rest von 6 cm bleiben würde. Die aktuell zu bearbeitende Gesamtbestellung bestehe aus:

   - 90 Rollen der Breite 130 cm,
   - 610 Rollen der Breite 108 cm,
   - 395 Rollen der Breite 42 cm und
   - 211 Rollen der Breite 93 cm.

   Stellen Sie ein lineares Programm auf, mit dem die Anzahl der zu produzierenden 3 m breiten Rollen minimiert und ein korrektes Zuschneiden der bestellten Rollen gewährleistet wird. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, 30. April, 2020, vor der Vorlesung.